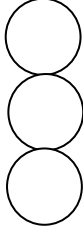


Epreuve de : Sciences Industrielles Pour l'Ingénieur

ELEMENTS DE CORRIGE

Barème



- Question 1 :**
- a) Compléter le diagramme SADT niveau A-0 du document- réponse 1 ;
 - b) Compléter la diagramme SADT niveau A0 du document- réponse 1 ;
 - c) Compléter le diagramme FAST du document- réponse 2.

Voir Document-réponses 1 et 2



- Question 2 :** Etudier l'équilibre de l'appareil, et évaluer graphiquement le coefficient de frottement minimal f , nécessaire au contact en O, pour assurer la stabilité de l'appareil sur le sol.

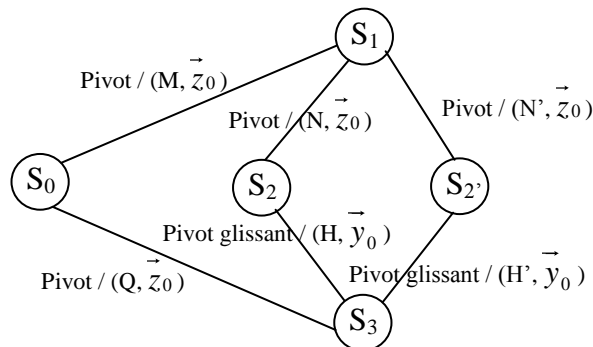
Indication : le candidat pourra déterminer, graphiquement, la résultante, au point D, des forces données, afin de ramener le problème à l'étude de l'équilibre sous l'action de trois forces coplanaires.

Voir Document-réponses 3.

Les tracés sur le document-réponse ne sont donnés qu'à titre indicatif.



- Question 3 :** a. Dresser le schéma de structure du mécanisme de guidage ;



- Question 3 :** b. Sachant que $m_u=1$, Evaluer son degré d'hyperstatisme h ;

$$mc - h = Nc - Ec$$

$$\text{Avec : } Nc = 8 \quad ; \quad Ec = 12 \quad \text{et} \quad mc = m_{cu} + m_{ci} = 1 + 0 = 1$$

$$\text{Donc : } \boxed{h=5}$$



- Question 3 :** c) Après avoir remplacé les liaisons en N par une sphérique (rotule), et celle en N' par une sphère cylindre (linéaire annulaire), , réévaluer le degré d'hyperstatisme ;

$$\text{Dans ce cas : } Nc = 13 \quad \text{et} \quad mc = m_{cu} + m_{ci} = 1 + 2 = 3$$

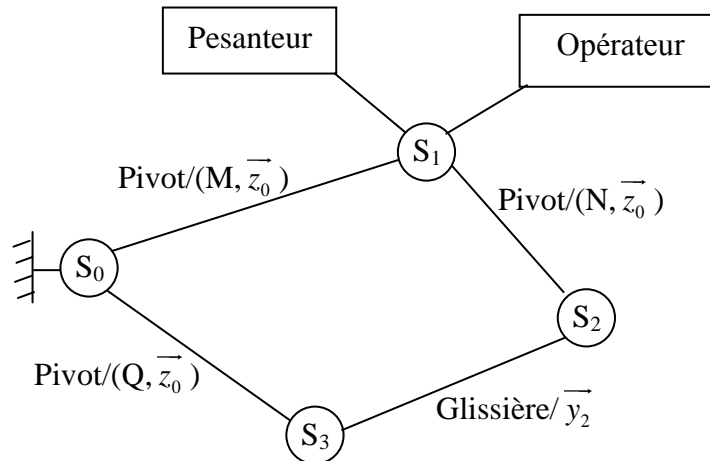
$$\text{Donc : } \boxed{h=2}$$

Question 3 : d) Quel est l'avantage d'une telle solution ?

Réponse 1 Possible : adoptée par le constructeur est plus rigide (si telle = 1^{er} solution).

Réponse 2 : réduction des contraintes de réalisation et de montage (si telle = 2^{eme} solution).

Question 4 : a) Dresser le schéma d'analyse du mécanisme ;



Question 4 : b) Isoler l'ensemble E=(S2+S3), et en déduire :

- la direction de la force $\vec{R}_{1/2}$;
- la relation entre X_{12} , Y_{12} et δ .

E est en équilibre sous l'action de forces $\vec{R}_{1/2}$ et $\vec{R}_{0/3}$. Elles sont alors portées par la droite (Q,N).

Et :
$$X_{12} = - Y_{12} \cdot \tan \delta$$

Question 4 : c. Isoler S1 et écrire les 3 équations scalaires qui découlent du P.F.S (Réduire les torseurs au point M) ;

$$\{\tau_{L01}\} - \{\tau_{L12}\} + \{\tau_{op.}\} + \{\tau_{pes.}\} = \{0\}$$

Réduisons les torseurs au point M et dans la base β_0 :

$$\{\tau_{L12}\} = \left\{ \begin{array}{c} X_{12} \\ Y_{12} \end{array} \middle| \frac{L}{3}(X_{12} \cdot \sin \beta - Y_{12} \cdot \cos \beta) \right\}_{(M, \beta_0)} ; \quad \{\tau_{Op.}\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ F_{Op.} \end{array} \middle| L F_{Op.} \right\}_{(M, \beta_0)} \quad \text{et}$$

$$\{\tau_{Pes.}\} = \left\{ \begin{array}{c} 0 \\ -P \end{array} \middle| -\frac{L}{2} P \cdot \cos \beta \right\}_{(M, \beta_0)}$$

D'où les équations :

$$\text{T.R.S./} \vec{x}_0 : X_{01} - X_{12} - F_{Op.} \cdot \sin \beta = 0$$

$$\text{T.R.S./} \vec{y}_0 : Y_{01} - Y_{12} - F_{Op.} \cdot \cos \beta - P = 0$$

$$\text{T.M.S. au point M/} \vec{z}_0 : \frac{L}{3}(X_{12} \cdot \sin \beta - Y_{12} \cdot \cos \beta) + L F_{Op.} - \frac{L}{2} P \cdot \cos \beta = 0$$

- OUI , 4 équations à 4 inconnues .

- Question 5 :**
- a) Montrer que $\vec{V}_{(E \in 1/0)} = \vec{V}_{(E \in 2/0)}$ et $\vec{V}_{(D \in 2/0)} = \vec{V}_{(D \in 3/0)}$
 - b) Donner les supports des vitesses $\vec{V}_{(B \in 2/0)}$ et $\vec{V}_{(E \in 1/0)}$;
 - c) Déduire :
 - le C.I.R dans le mouvement de 2 par rapport à 0 (ce point sera noté I_{20}) ;
 - le support de la vitesse : $\vec{V}_{(D \in 2/0)}$.
 - d) Ecrire la relation liant les vecteurs en indiquant leurs supports : $\vec{V}_{(D \in 3/0)}$, $\vec{V}_{(D \in 3/4)}$ et $\vec{V}_{(D \in 4/0)}$;
Déterminer, alors, le module de : $\vec{V}_{(D \in 2/0)}$;
 - e) En déduire le module de $\vec{V}_{(B \in 2/0)}$;

Voir Document-réponses 4.

Les tracés sur le document-réponse ne sont donnés qu'a titre indicatif.

- Question 6 :** Déterminer, en fonction des données, les coordonnées du centre de gravité G du support, dans le repère $(B, \vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_0)$.

$$\vec{BG} = \frac{M_p \cdot \vec{BG}_p + M_m \cdot \vec{BG}_m}{M_p + M_m}$$

Avec : $\vec{BG}_p \begin{pmatrix} L_1/2 \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix}_{\beta_2 = (\vec{x}_2, \vec{y}_2, \vec{z}_2)}$ et $\vec{BG}_m \begin{pmatrix} L_2 \\ r \\ (h-H)/2 \end{pmatrix}_{\beta_2}$

On obtient alors :

$X_G = \frac{M_p L_1 / 2 + L_2 M_m}{M_p + M_m} \quad ; \quad Y_G = \frac{r M_m}{(M_p + M_m)} \quad \text{et} \quad Z_G = \frac{(h-H) M_m}{2(M_p + M_m)}$
--

- Question 7 :** a) Donner I_{PBZ} : moment d'inertie du plateau par rapport à l'axe (B, \vec{z}_0) ;

$$I_{PBZ} = I_{PGPZ} + M_p(L_1/2)^2 \quad \text{avec : } I_{PGPZ} = M_p \cdot L_1^2 / 12$$

Donc : $I_{PBZ} = M_p \cdot L_1^2 / 3$

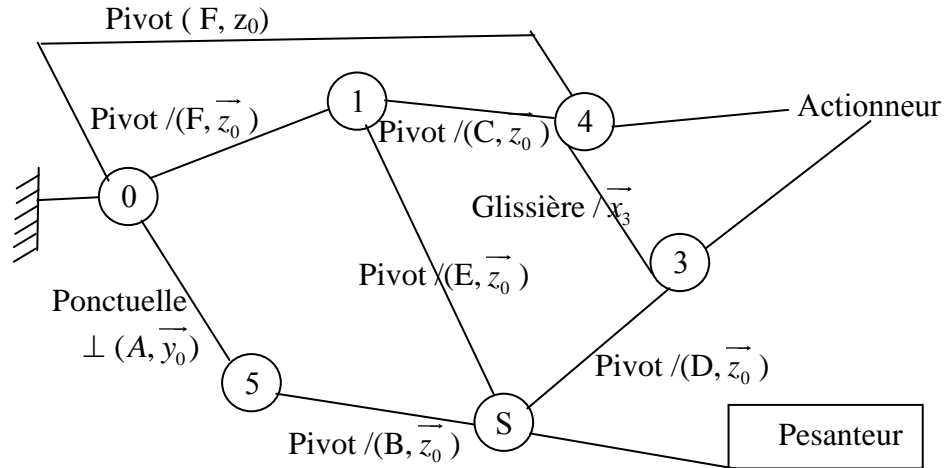
- Question 7 :** b) Donner I_{2BZ} : moment d'inertie du support 2 par rapport à l'axe (B, \vec{z}_0) , en fonction de M_p, M_m, L_1, L_2 et r .

On a : $I_{2BZ} = I_{PBZ} + I_{mBZ}$

Sachant que : $I_{mBZ} = I_{mGmZ} + M(d)^2$ avec : $d^2 = L_2^2 + r^2$

Donc : $I_{mBZ} = M_m(L_2^2 + 3r^2/2)$ et $I_{2BZ} = M_p \cdot L_1^2 / 3 + M_m(L_2^2 + 3r^2/2)$

- Question 8 :** a) Dresser le schéma d'analyse du mécanisme (Remplacer le solide 2 par S) ;



Question 8 : **b) Déterminer l'énergie cinétique galiléenne de l'ensemble**
 $\Sigma = S \cup 5 \cup 4 \cup 3 \cup 1$;

$$T_{(\Sigma/R0)} = T_{(S/R0)}$$

$$\text{Avec : } T_{(S/R0)} = \frac{1}{2} \{v_{(S/R0)}\} \cdot \{C_{(S/R0)}\}$$

$$\text{Au point B : } \{v_{(S/R0)}\} = \begin{Bmatrix} \dot{\theta} \vec{z}_0 \\ \dot{x} \vec{x}_0 \end{Bmatrix}_B \quad \text{et} \quad \{C_{(S/R0)}\} = \begin{Bmatrix} M_S \cdot \vec{V}_{(GS/R0)} \\ \vec{\sigma}_{(B,S/R0)} \end{Bmatrix}_B$$

$$\text{avec : } \vec{V}_{(GS/R0)} = \vec{V}_{(B,S/R0)} + \vec{G}_S \vec{B} \wedge \vec{\Omega}_{(S/R0)} = \dot{x} \vec{x}_0 + a \cdot \dot{\theta} \vec{y}_2 \quad \text{et} \quad \vec{z}_0 \cdot \vec{\sigma}_{(B,S/R0)} = I_S \cdot \dot{\theta}^2 + M_S \cdot \dot{x} \cdot a \cdot \sin \theta$$

$$\text{Finalement : } T_{(\Sigma/R0)} = \frac{1}{2} (I_S \cdot \dot{\theta}^2 + M_S \cdot \dot{x} (\dot{x} - 2a \dot{\theta} \cdot \sin \theta))$$

Question 8 : **c) Déterminer :**
 - la puissance galiléenne des actions mécaniques extérieures à Σ ;
 - la puissance interne à Σ ;

$$P_{(\vec{\Sigma} \rightarrow \Sigma/R0)} = P_{(0 \rightarrow 1/R0)} + P_{(0 \rightarrow 5/R0)} + P_{(0 \rightarrow 4/R0)} + P_{(g \rightarrow S/R0)} \equiv P_{(g \rightarrow S/R0)} \equiv -M_S \cdot g \cdot \dot{\theta} \cdot a \cdot \cos \theta$$

$$P_{\text{int}} = P_{(3 \leftrightarrow 4)} = F_m \dot{y}$$

Question 8 : **d) Appliquer le théorème de l'énergie cinétique à l'ensemble Σ , et déduire**
 l'expression de l'effort F_m . (Ne pas expliciter le terme $\frac{dT_{(\Sigma/R0)}}{dt}$).

$$F_m = \frac{1}{\dot{y}} \left[\frac{dT_{(\Sigma/R0)}}{dt} + M_S \cdot g \cdot a \cdot \dot{\theta} \cdot \cos \theta \right]$$

Question 9 :

- a) Sachant que la transmission de mouvement se fait sans glissement, exprimer ω_m en fonction de y , λ et P ;

$$\omega_m = \frac{2\pi}{P\lambda} y$$

Question 9 :

- b) Donner, alors, le couple moteur C_m en fonction de λ , P , F , η_1 et η_2 .

On a : $F_m y = \omega_m C_m \eta_1 \eta_2$

Donc :
$$C_m = \frac{P\lambda}{2\pi\eta_1\eta_2} F_m$$

Question 10 :

- a) Compléter le chronogramme et le tableau du document-réponse 5 ;
 b) Modifier le GRAFCET pour que le comportement du compteur intègre toutes les conditions suivantes :
- Remise à zéro du compteur dès l'activation de l'AU (clé de sécurité débranchée) ou dès que l'on appuie sur le bouton " STOP " ;
 - N'incrémenter que si P_{inc} est inférieure strictement à 15 ;
 - Ne décrémenter que si P_{inc} est supérieure strictement à 0.

Voir Document-réponses 5.

Question 11 :

Sur le document-réponse 6 :

- a) Compléter les tableaux de Karnaugh des segments A et E, puis trouver leurs équations logiques simplifiées ;

Voir Document-réponses 6.

Question 12 :

- a) La transmission de mouvement est supposée sans glissement. Déterminer la relation entre :
- $V_{(t)}$ et $\omega_{T(t)}$;
 - $\omega_{T(t)}$ et $\omega_{m(t)}$.

$$V_{(t)} = \frac{D}{2} \omega_{T(t)} \quad \text{et} \quad \omega_{T(t)} = N \omega_{m(t)}$$

Question 12 :

- b) Les gains de l'adaptateur, du capteur et de l'amplificateur sont : K_A , K_c et K , successivement.
 Compléter le schéma bloc du Document-réponse 6.

Voir Document-réponses 6.

Question 12 :

c) Transformer ce schéma bloc pour le mettre sous la forme de celui de la figure 14. Identifier, ensuite, chacune des fonctions de transfert $H_i(p)$ pour $i \in \{1,2,3,4,5\}$;

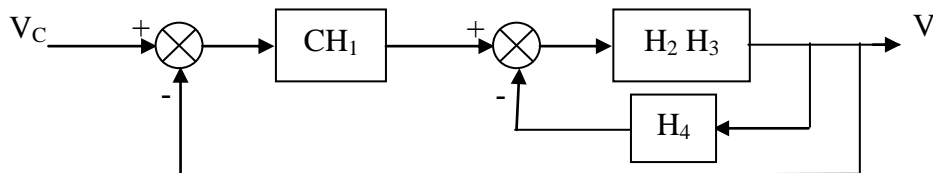
$$H_1 = KK_A ; H_2 = \frac{2K_m}{RND} ; H_3 = \frac{N^2 D^2}{4} \cdot \frac{1}{jp} ; H_4 = \frac{2K_m}{ND} \text{ et } H_5 = \frac{2K_C}{K_A \cdot ND}$$

Question 13 :

a) On suppose que $K_5=1$; trouver :

- la fonction de transfert de la commande en boucle fermée vis-à-vis de la consigne $V_c(t)$: $H_e(p)$;
- la fonction de transfert de la commande en boucle fermée vis-à-vis de la perturbation $F_T(t)$: $H_{per}(p)$;

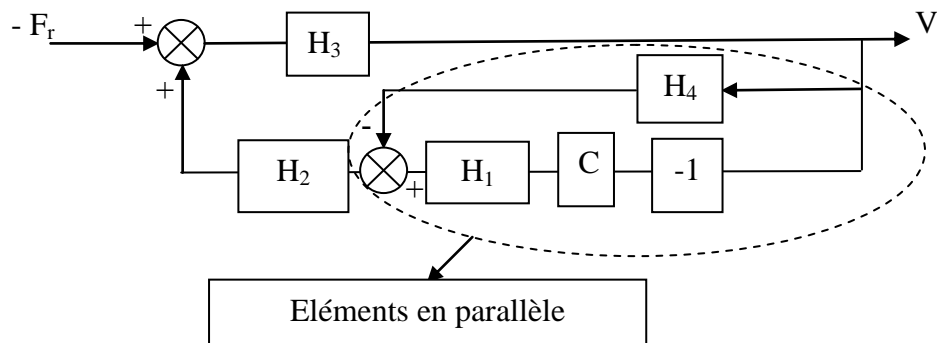
Pour H_e :



$$H_e = \frac{C.H_1 \cdot \frac{H_2 H_3}{1 + H_2 H_3 H_4}}{1 + C.H_1 \cdot \frac{H_2 H_3}{1 + H_2 H_3 H_4}} \quad \text{ou encore : } H_e = \frac{CH_1 H_2 H_3}{1 + H_2 H_3 H_4 + CH_1 H_2 H_3}$$

Enfinement :
$$H_e = \frac{K_1 K_2 K_3}{K_1 K_2 K_3 + K_2 K_3 K_4 \cdot p + p^2}$$

Pour H_{per} :



$$H_{per} = \frac{H_3}{1 + H_2 H_3 H_4 + CH_1 H_2 H_3} \quad \text{ou encore } H_{per} = \frac{K_3 \cdot p}{K_1 K_2 K_3 + K_2 K_3 K_4 \cdot p + p^2}$$

Question 13 :

b) Justifier que si l'asservissement est stable vis-à-vis de la consigne, alors il l'est vis-à-vis de la perturbation ;

He et Hper ont le même dénominateur, donc la même équation caractéristique.
Si l'asservissement est stable pour l'entrée principale, alors il l'est pour la perturbation.

Question 13 :

c) L'effort $F_{T(t)}$ est constant et égal à F_0 . Calculer, en régime permanent, la perte en vitesse causée par cette perturbation.

Calculons ΔV : valeur en régime permanent de la sortie pour l'entrée perturbation.

$$\Delta V = \lim_{t \rightarrow \infty} V_{(t)} \Big|_{V_c=0} = \lim_{p \rightarrow 0} p V_{(p)} \Big|_{V_c=0} = \lim_{p \rightarrow 0} p H_{per} F_{T(p)} \quad \text{Pour } F_{T(p)} = \frac{F_0}{p} \quad \text{on trouve : } \boxed{\Delta V=0}$$

Ou encore : existence d'une perturbation en amont du point d'injection de la perturbation d'où le résultat.

Question 13:

d) Le choix du correcteur $C(p)$ est-il compatible avec les exigences du cahier des charges ? Expliquer.

Oui : l'asservissement est insensible aux perturbations.

Question 14 :

a) Déterminer la fonction de transfert en boucle ouverte, $H_{BO(p)}$, de l'asservissement, et donner ses caractéristiques (ordre, classe et gain K_{BO}) ;

$$H_{BO} = \frac{K_1 K_m K_6}{p(1 + \tau_m p)} \quad \text{donc : } K_{BO} = K_1 K_m K_6 \quad ; \quad \text{Classe : 1 et ordre : 2}$$

Question 14 :

b) Pour une entrée échelon unitaire, que serait l'erreur statique de l'asservissement ? Justifier ;

$$\varepsilon_s = 0$$

Question 14 :

c) Déterminer la fonction de transfert en boucle fermée : $H_{BF(p)}$;

$$H_{BF} = \frac{H_{BO}}{1 + H_{BO}} = \frac{1}{1 + \frac{p}{K_{BO}} + \frac{\tau_m}{K_{BO}} p^2}$$

Question 14 :

d) L'asservissement est-il stable ?

Asservissement de deuxième ordre fondamental, donc : stable.

Question 14 :

e) Que devra être la relation entre la gaine boucle ouverte, K_{BO} , et τ_m pour que l'asservissement soit rapide mais sans dépassement de la consigne.

$$\xi = 1 \text{ or : } \frac{2\xi}{\omega_n} = \frac{1}{K_{BO}} \text{ et } \omega_n = \sqrt{\frac{K_{BO}}{\tau_m}} \text{ d'ou : } K_{BO} = \frac{1}{4\tau_m}$$

Question 14 :

f) Pour $\tau_m = 10^{-2} \text{ s}$, évaluer la marge de phase MP et la marge de gain MG de l'asservissement ;

$MG = \infty$ (Asservissement de 2^e ordre).

$$MP = 180^\circ + \text{Arg}H_{BO(j\omega_{co})} = 90^\circ - \text{Arc tan}(\tau_m \omega_{co})$$

$$\omega_{co} \text{ est telle que : } |H_{BO(j\omega_{co})}| = 1 \text{ ou encore : } \frac{K_{BO}}{\omega_{co} \sqrt{1 + \tau_m^2 \cdot \omega_{co}^2}} = 1$$

$$\text{On trouve : } \omega_{co} = 24,3 \text{ rad.s}^{-1}$$

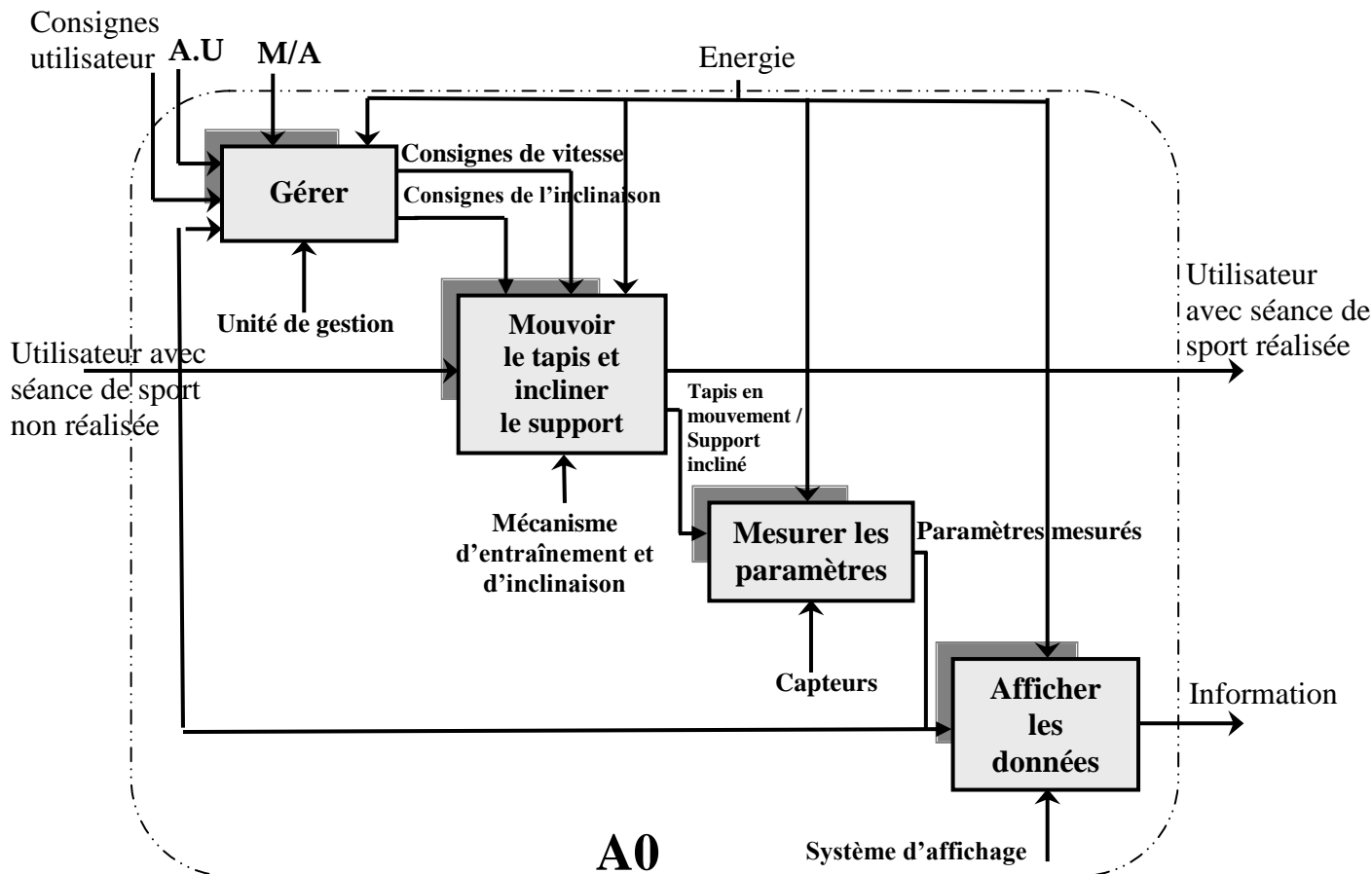
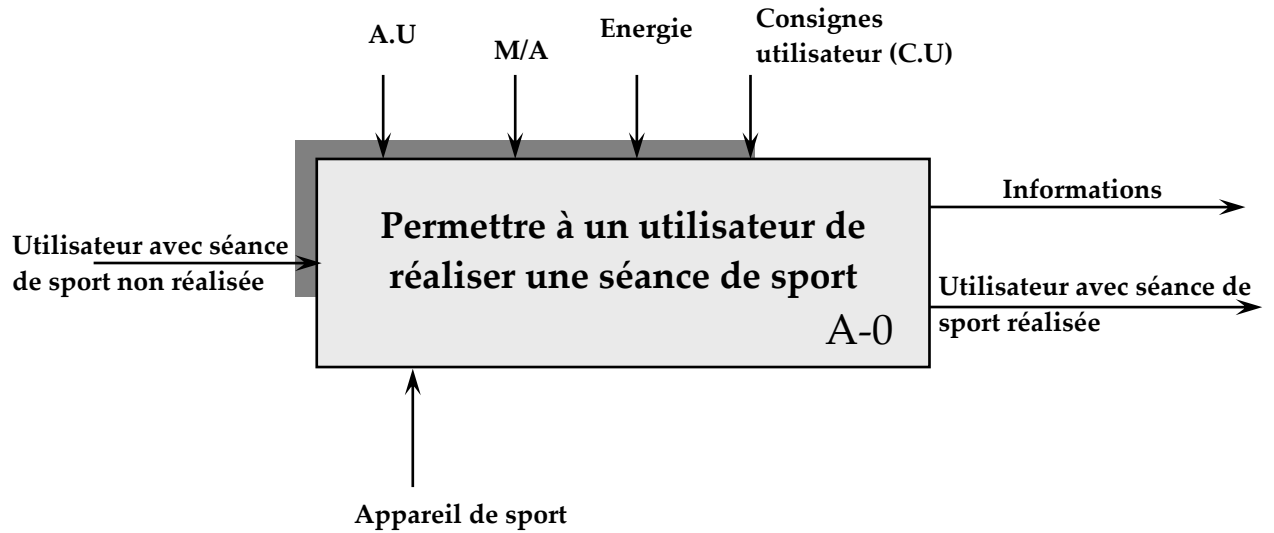
$$\text{Ainsi : } MP = 76,34^\circ$$

Question 14 :

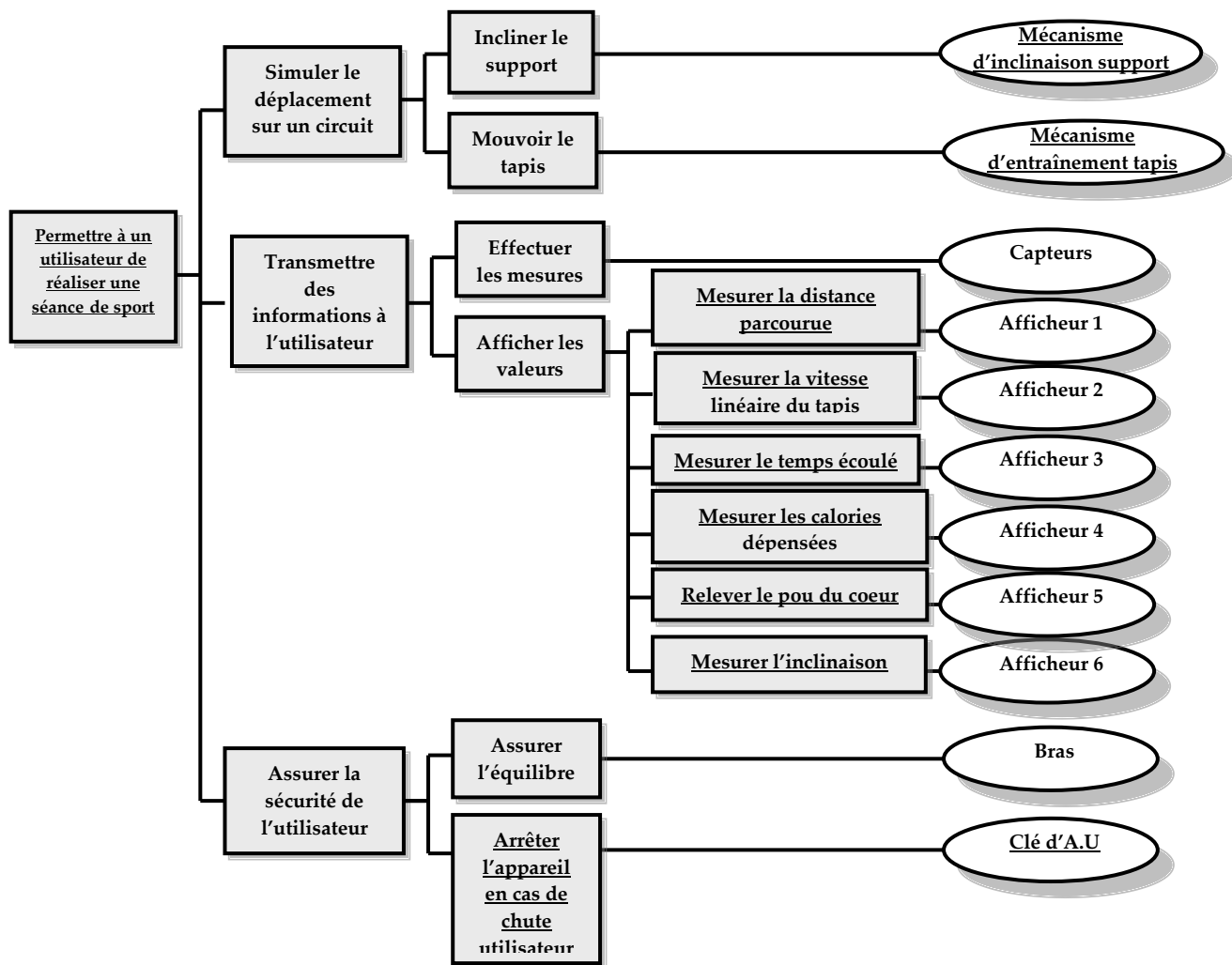
g) Conclure quant au respect des exigences du cahier des charges.

Toutes les exigences du c.d.c.f sont satisfaites.

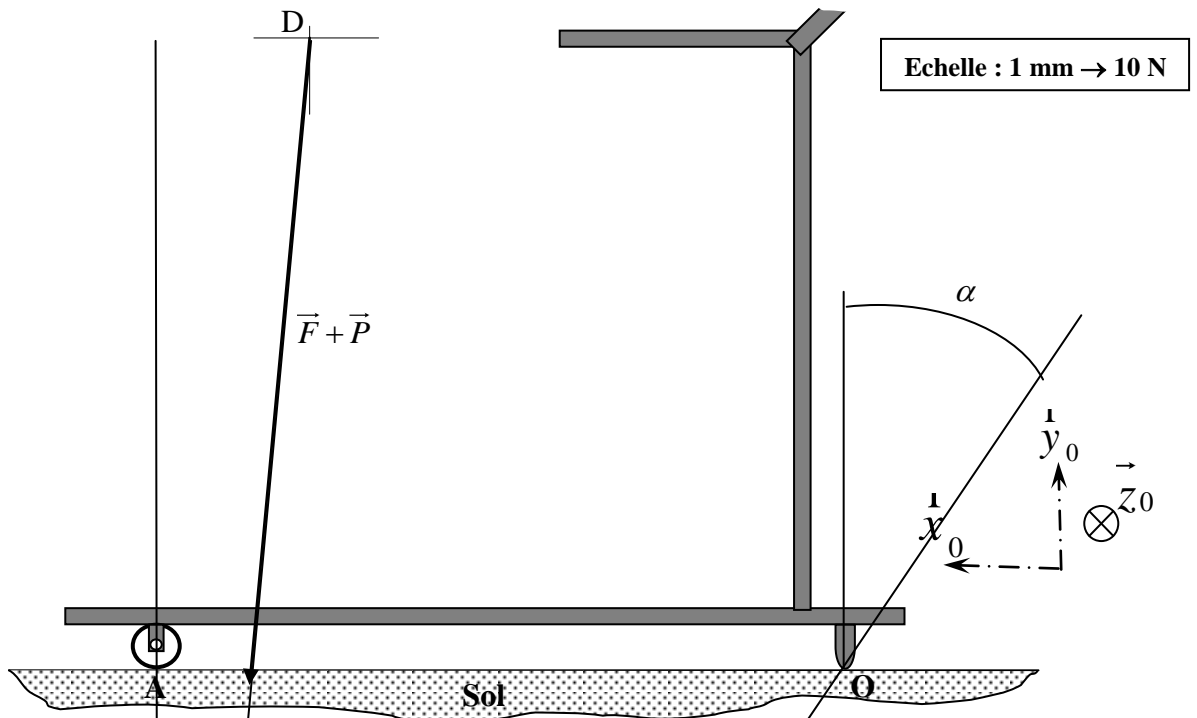
DOCUMENT-REPONSE 1



DOCUMENT-REPONSE 2



DOCUMENT-REPONSE 3



Ce schéma est tracé à l'échelle des longueurs

Question 2:

L'appareil est en équilibre sous l'action de trois forces : $\vec{F} + \vec{P}$, \vec{R}_A et \vec{R}_O

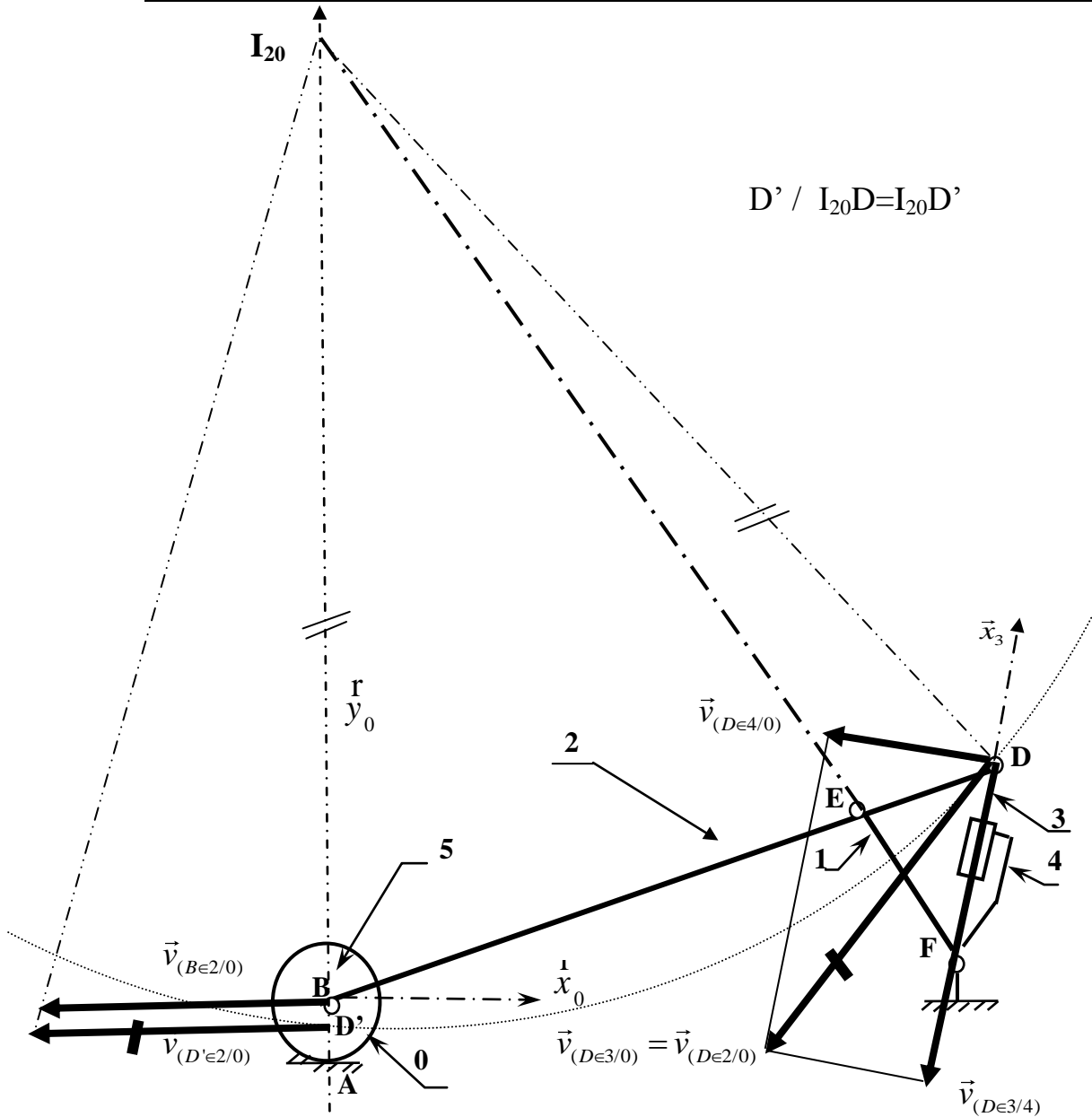
Leurs supports se coupent en un point $I = (\text{Support de } \vec{F} + \vec{P}) \cap (A, \vec{y}_0)$

\vec{R}_O est alors portée par (OI).

L'angle de frottement est $\alpha = (\vec{OI}, \vec{y}_0) = 30^\circ$. donc : $f = \tan \alpha = 0,57$

La somme des vecteurs forces est nulle. $\|\vec{A}\| = 950\text{N}$ et $\|\vec{O}\| = 170\text{N}$

Document-réponse 4



Question 5 :

a) Pivot en E entre 1 et 2 . Pivot en D entre 2 et 3.

b) $\vec{V}_{(B,2/0)}$ est portée par (B, \vec{x}_0) . $\vec{V}_{(E,1/0)}$ est porté par la perpendiculaire à (FE) .

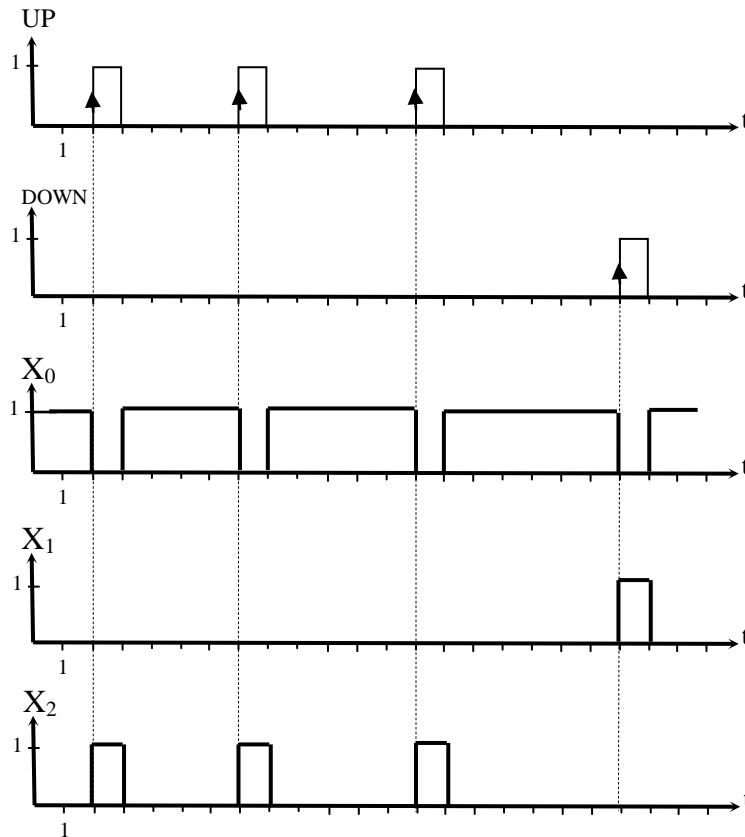
c) $I_{20} = (B, \vec{y}_0) \cap (FE)$. $\vec{V}_{(D,2/0)} \perp (I_{20}D)$.

d) $\vec{V}_{(D,3/0)} = \vec{V}_{(D,3/4)} + \vec{V}_{(D,4/0)}$. On trace cette somme. On trouve : $\| \vec{V}_{(D \in 2/0)} \| = \mathbf{26}$ mm/mn

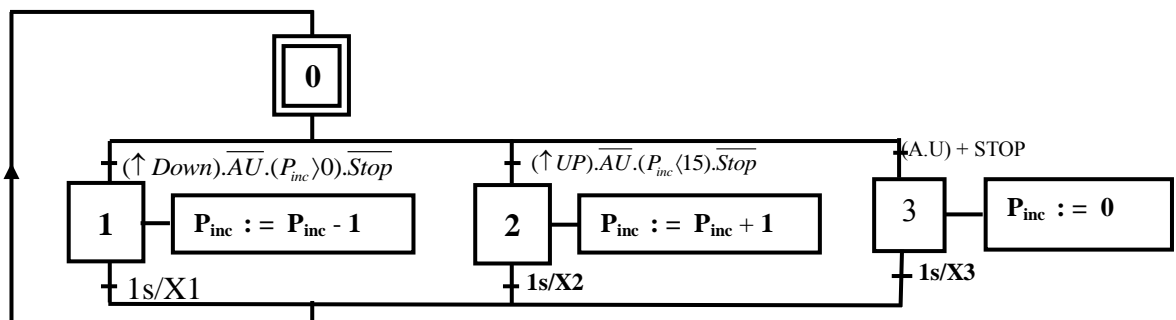
e) Voir tracé : $\| \vec{V}_{(B \in 5/0)} \| = \mathbf{24}$ mm/mn

DOCUMENT-REPONSE 5

A.U=0



Temps (s)	P _{inc}
t = 0 s	0
t = 4 s	1
t = 9 s	2
t = 15 s	3
t = 22 s	2



DOCUMENT-REPONSE 6

$n_1 n_0$	00	01	11	10
$n_3 n_2$	00	01	11	10
00	1	0	1	1
01	0	1	1	1
11	∅	∅	∅	∅
10	1	1	∅	∅

Tableau de Karnaugh du segment A

$$A = n_2.n_0 + \bar{n}_2.\bar{n}_0 + n_1 + n_3$$

$n_1 n_0$	00	01	11	10
$n_3 n_2$	00	01	11	10
00	1	1	1	0
01	1	1	1	1
11	∅	∅	∅	∅
10	1	1	∅	∅

Tableau de Karnaugh du segment E

$$E = n_0 + \bar{n}_1 + n_2$$

